Питања из Нумеричке Анализе

1. **Тачан и приближан број:**

- Тачну вредност неког броја означавамо са **х**

**-** Приближна вредност неког броја **х** oзначавамо са

- Апосултна грешка неког броја **х** :

**-** Граница апсолутне грешке  **A**

- Релативна грешка неког броја **Х :**

Граница релативне грешке **R**

**- A x + A**

**100 \* R** процентуална грешка

**1000 \* R** промилна грешка

Значајне цифре:

Нпр: **Х = 0.006402100 ⬄ Х = 0.6402100 \***

Нула је значајна цифра ако се налази између 2 ненуле цифре и ако чува децимално место.

Значајно цифра је сигурна ако важи : **A \* (0)**

**= 0.5** сигурна у ужем смислу

**= 1** сигурна у ширем смислу

1. **Класификација грешке; простирање грешке**

Постоје грешке у улазним подацима (грешке при мерењу) и грешке у математичком моделу.

**Грешке методе**

Математички модел који решавамо често нема аналитичко решење, у том случају примењујемо адекватну нумеричку методу за решавање проблема. На пример изводе замењујемо коначним разликама , бесконачне суме коначним. Такође, користимо итеративне процесе (при чему добијамо низ приближним решења).

**Грешке заокруживања**

Свако израчунавање ирационалних бројева подразумева грушку. је број, који када се помножи са самим собом , даје 2. Али, пошто је ирационални број у рачунару се мора записати са неком грешком.

**Апсолутна и релативна грешка**

Тачност приближног решења не засиви само од апсолутне грешке већ и од величине тачне вредности  **= 25034.83** са апсолутном грешком од **0.01** је више достојно решење од 0.002 са 0.01.

Зато се користи релативна грешка: . Када није позната тачна вредност **Х**, онда делимо са .

Затим поред ових грешака имамо грешке приликом извршавања алгебарских операција: Грешке сабирања, одузимања, множења и дељења.

1. **Условљеност нумеричних проблема**

Важну улогу у нумеричкој наализи имају појмови условљености проблема и стабилности алгоритма, тј. нумеричке методе.

Проблем је лоше условљен уколико мале промене у улазним подацима велике промене у резултату. Постоји могућност да не постоји алгоритам за производњу задавољавајућег решења, а понекад проблем се може решити модификацијом.

Проблеми који су лоше условљени немају једноставно решење, понекад је у формисању прроблема могуће извршити модификације, којима се овај проблем превазилази.

Стабилност нумеричног алгоритма се односи на меру у којој је метода прецизност.

**f**

1. **Кондиционални број код 1D проблема**

Ако желимо да установимо меру промене вектора y = f(x) и испитамо колико је већа или мања у поређењу са променом вредности у вектору **Х**, добићемо један степен мерљивости. Тај степен се назива кондиционалним бројем пресликавања **f** у **x.**

**Недостатак питања!!!**

1. **Нема**
2. **Врежни разломци**

Архимед је као број који је приближан узео и одговор зашто су седмине узете лежи у врежним разломцима.

Као такође је узет , јер ако пробамо да напишемо у разломку добијамо: , разлог је:

**= 3 + + = 3 + = 3 +**

Постоје коначни и бесконачни брежни разломци. Ако посматрамо низ реалних бројева {} где су > 0; i 1

**Коначан врежни разломак је:**

**[ … , ] = а + …**

Прост врежни разломак , код општег уместо **1** иде **b1…n**

**Бесконачни врежни разломци** се користе приликом представљања ирационалних бројева, нпр. . За низ је [ 1 ; 2 ; 2; 2; 2 … ]

Коначни врежни разломак се може представити и као:

**= [; ]** , називамо н-ти конвергент

Ако тада кажемо да је врежни разломак конвергентан и да је његова бројна вредност једнака R.

У низу коначних врежних разломака дефинишемо следеће разломке:

Ако у врежни разломак изаберемо бројеве

**⬄ []** тако смо трансформисали почетни (општи) врежни разломак.

1. **Ојлеров облик врежни разломак и својства**

Ако је  **0,** бројеве можемо изабрати, тј. важи  **= 1 ( )** и

и том заменом добијамо Ојлеров врежни разломак [; ] ()

Код Ојлеровог обично важи

1. **Баханов став о фиксној тачки**

Размотримо Баханов простор Х са метрички индукованом нормом овог простора. За Т: Х Х је фиксна тачка акко = . Проблем налажења фиксне тачке неког оператора је један од честих математичких задатака који је присутан код многих математичких дисциплина. Посматрамо функцију једначине F() = 0 , F() = 0 ⬄ F()+ = ⬄(

Решење једначине F() = 0 је еквивалентно налажењу фиксне тачке пресликавања () = .

Нека је Т: Х Х оператор не нормалног вектора простора Х. За оператор З кажемо да је контракција ако ()()(|||| )

1. **Примена Бахановог става у интеративним процесима**

Нека је f(x) = 0, f: [a,b] R

(x) = x

(x) = x f(x)

Ako je f(x) = x и ако се генерише помоћу и . Нека су за пресликавање испуњени следећи услови:

1 -

2 – (x [a,b]) () тј. |(x)| q 1

Тада једначина има јединствено решење које се добија као гранична вредност низа () n и важи:

1. **Ред конвергенције итеративних процеса**

Нека је Х Банахов простор и нека је на њему дефинисан оператор Т: . Овај оператор нема дефинисан конвергентан низ. За конвергециони процес код кога је кажемо да је реда n акко:

**||||**

или ако постоји константа А > 0 , тј. да за довољно велико и важи следећа оцена :

**||||**

Тешко је извршити класификацију реда конвергенције.

1. **Аикенов метод**

Аиткенов метод користимо код линеарних процеса тј. код процеса реда k = 2, при чему је фактор конвергенције за овај процес:

⬄ где 0 при довољно великом n

Брже тежи на некој тачној вредности од

1. **Начини увећања реда конвергенције**

На питање да ли је процес реда n могуће претворити у u+1 одговор је потврдан. Нека је дат процес , где је Т: Х Х које је u+1 пута диференцира брже у околини а. Ако у тој околини постоји инверзни оператор () тада је са

(**|** ово је римско један)

Дефинисан процес који је бар n+1 – тог реда.

Постоје методе за убрзање реда конвергенције и апроксимације и то:

- Метода поновљења интервала

- Метод сечице

- Метод просте интерације

- Њутнов метод

- Метод регула-фалси

1. **Метод поновљења интервала**

Ово је метода постепене претраге, у којој се интервал на коме је лоцирано решење понови у сваком кораку. Уколико функција мења знак на интервалу, процењује се знак функције у средини. За приближну вредност решења једначине узима се средишња тачна подинтервала на коме функиција мења знак.

Корак 1: лоцирати решење једначине на интервалу [a,b], тако да је испуњен услов f(a)f(b)<0

Корак 2: одређује се приближна вредност решења са

Корак 3: ако је f()=0 тада је решење

**...** Ако је f(a)f(, онда се узима да је b = z

**…** Ako је f(a)f( , онда се узима да је а = z

Овај метод се може и радити за тражење корена, тада се уместо f()=0 проверава |a-b|<, где је прецизност односно тачност.

1. **Њутнов метод – једна променљива**

Решавамо једначину f(x)=0. Нека је решење лоцирано на интервалу [a,b] у ознаци f и нека је [a,b] почетна апроксимација решења.